



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

高中数学一轮复习

3 . 复 数

广州知识城中学 陈冰

课标要求

1. 通过方程的解，认识复数.
2. **理解**复数的代数表示及其几何意义，**理解**两个复数相等的含义.
3. **掌握**复数的四则运算，**了解**复数加、减运算的几何意义.

考情分析

命题形式 多以选择题的形式考查，属于低档题目.

常考内容 **复数的四则运算.**

创新考法 与平面向量、二项式定理交汇命题.

复数

1. 复数的有关概念

(1) 复数的定义

如 $a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 的数叫做复数，其中实部是① a ，虚部是② b 。

(2) 复数的分类

复数 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 分类如下：

实数 (b ③ $= 0$)，

虚数 (b ④ $\neq 0$) $\begin{cases} \text{纯虚数} (a \text{ ⑤ } = 0 \text{ 且 } b \text{ ⑥ } \neq 0), \\ \text{非纯虚数} (a \text{ ⑦ } \neq 0 \text{ 且 } b \text{ ⑧ } \neq 0). \end{cases}$

提醒 一个复数为纯虚数，不仅要求实部为 0，还要求虚部不为 0。

复数相等

$$= c + di \Leftrightarrow \textcircled{9} \underline{a = c \text{ 且 } b = d} \quad (a, b, c, d \in \mathbf{R}).$$

共轭复数

$$\text{与 } c + di \text{ 共轭} \Leftrightarrow \textcircled{10} \underline{a = c \text{ 且 } b = -d} \quad (a, b, c, d \in \mathbf{R}).$$

复数的模

复数 $z = a + bi$ 的模或绝对值，记作 $\textcircled{11} \underline{|z|}$ 或 $\textcircled{12} \underline{|a + bi|}$ ，

$$|a + bi| = \textcircled{13} \underline{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (a, b \in \mathbf{R}).$$

2. 复数的几何意义

(1) 复数 $z = a + bi$ $\xrightarrow{\text{一一对应}}$ 复平面内的点 $Z(a, b)$ ($a, b \in \mathbf{R}$).
(1) 复数

(2) 复数 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) $\xrightarrow{\text{一一对应}}$ 平面向量 $\overrightarrow{OZ}$.
(2) 复数

提醒 复数 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 的对应点的坐标为 (a, b) , 而不是 (a, bi) .
提醒 复数

复数的运算

(1) 复数的加、减、乘、除运算法则：设 $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$,

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

类似多项式的运算

$$z_1 \pm z_2$$

$$(a+bi) \pm (c+di) = \boxed{14} (a \pm c) + (b \pm d)i$$

$$z_1 \cdot z_2$$

$$(a+bi)(c+di) = \boxed{15} (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$\frac{z_1}{z_2}$$

$$\frac{a+bi}{c+di} = \boxed{16} \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2} i \right) (c+di \neq 0)$$

(2) 复数加法的运算律：设 $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ ，则复数加法满足以下运算律：

① 交换律： $z_1 + z_2 =$ ⑰ $z_2 + z_1$ ；

② 结合律： $(z_1 + z_2) + z_3 =$ ⑱ $z_1 + (z_2 + z_3)$ 。

(3) 复数乘法的运算律：设 $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ ，则复数乘法满足以下运算律：

① 交换律： $z_1 z_2 =$ ⑲ $z_2 z_1$ ；

② 结合律： $(z_1 z_2) z_3 =$ ⑳ $z_1 (z_2 z_3)$ ；

③ 分配律： $z_1 (z_2 + z_3) =$ ㉑ $z_1 z_2 + z_1 z_3$ 。

常用结论

1. $(1 \pm i)^2 = \pm 2i$, $\frac{1+i}{1-i} = i$, $\frac{1-i}{1+i} = -i$.

2. $i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i$,

$$i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2} + i^{4n+3} = 0 (n \in \mathbf{N}^*).$$

3. $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = |\bar{z}|^2, |z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, |z^n| = |z|^n (n \in \mathbf{N}).$

考点一 复数的有关概念



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

【例1】已知复数 $(a - 2i)(1 + 3i)$ ($a \in \mathbf{R}$) 的实部与虚部的和为12,

$|z - 5| = (\quad)$

B.4

☒ C.5

D.6

【解析】 $z = (a - 2i)(1 + 3i) = a + 3ai - 2i - 6i^2 = (a + 6) + (3a - 2)i$,

由复数的实部与虚部的和为12, 所以, 得 $6 + 3a - 2 = 12$, 得 $a = 2$,

所以 $|z - 5| = |3 + 4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

考点一 复数的有关概念



黄浦教研
HUANGPUJIAOYAN

(2024·上海卷) 已知虚数 z , 其实部为1, 且 $z + \frac{2}{z} = m (m \in \mathbf{R})$, 则实数

为 _____

【解析】 设 $z = 1 + bi (b \in \mathbf{R} \text{ 且 } b \neq 0)$, 则

$$z + \frac{2}{z} = 1 + bi + \frac{2}{1+bi} = 1 + bi + \frac{2(1-bi)}{1+b^2} = \left(1 + \frac{2}{1+b^2}\right) + \left(b - \frac{2b}{1+b^2}\right)i,$$

因为 $m \in \mathbf{R}$, 所以 $b - \frac{2b}{1+b^2} = 0$, 得 $b^2 = 1$,

所以 $m = 1 + \frac{2}{1+b^2} = 2$.

考点一 复数的有关概念



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

「感悟进阶」

解决复数概念问题的两个注意事项

注意
事项一

求一个复数的实部与虚部,只需将已知的复数化为代数形式 $z=a+bi(a, b \in \mathbf{R})$

注意
事项二

求一个复数的共轭复数,只需将已知复数化为代数形式,实部不变,虚部变为相反数

考点一 复数的有关概念



黄浦教研
HUANGPUJIAOYAN

【对点训练】（限时训练）（多选）若复数 $z = \frac{2}{1+i}$ ，其中 i 为虚数单位，则下列结论正确的是（ ）

✓ A. z 的虚部为 -1

✓ B. $|z| = \sqrt{2}$

✓ C. z^2 为纯虚数

D. z 的共轭复数为 $-1 - i$

【解析】选 ABC. $z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1 - i$,

的虚部为 -1 , $|z| = \sqrt{2}$, 故 A, B 正确;

因为 $z^2 = (1-i)^2 = 2i$, 所以 z^2 为纯虚数, 故 C 正确;

z 的共轭复数为 $1 + i$, 故 D 错误.

考点二 复数的运算



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

【例2】(1) (2024·新课标I卷) 若 $\frac{z}{1+i} = 1+i$, 则 $z =$ ()

【例2】(1) (2024·新课标I卷) 若 $\frac{z}{1+i} = 1+i$, 则

A. $-1-i$

B. $-1+i$

C. $1-i$

D. $1+i$



【解析】依题意知 $(z-1)(1+i) = z(1+i) - 1 - i$, 则

$$z = \frac{1+i}{i} = \frac{(1+i) \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} = 1-i.$$

考点二 复数的运算



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

(2025福建适应性测试) 若复数满足 $(1+i)z = 2i$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()

A. -2 B. 0 C. $\sqrt{2}$ D. 2

[解析] 由题意知 $z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i-2}{2} = -1+i$,

所以 $\bar{z} = -1-i$,

所以 $z \cdot \bar{z} = (-1+i) \cdot (-1-i) = 2$.

「感悟进阶」

复数代数形式运算的策略

复数的乘法

类似于多项式的乘法,只要在所得的结果中把 i^2 换成 -1 ,且把实部与虚部分别合并

复数的除法

分子、分母同乘分母的共轭复数,注意把 i 的幂写成最简形式

考点二 复数的运算



黄浦教研
HUANGPUJIAOYAN

【对点训练】（限时训练）

已知*i*为虚数单位，则 $\frac{(2+i)(3-4i)}{2-i} = (\quad)$

✓
A. 5

B. 5*i*

C. $-\frac{7}{5} - \frac{12}{5}i$

D. $-\frac{7}{5} + \frac{12}{5}i$

【解析】选 A. 方法一：

【解析】选 A. 方法一： $\frac{(2+i)(3-4i)}{2-i} = \frac{(2+i)^2(3-4i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{(3+4i)(3-4i)}{5} = 5.$

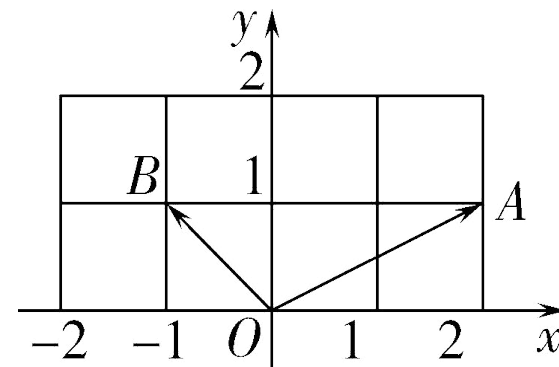
方法二：
$$\frac{(2+i)(3-4i)}{2-i} = \frac{10-5i}{2-i} = 5.$$

考点三 复数的几何意义



黄浦教研
HUANGPUJIAOYAN

【例3】(1) 如图，在复平面内，复数 z_1 对应的向量是 $\overrightarrow{OA}$ ， z_2 对应的向量是 $\overrightarrow{OB}$ ，则 $\frac{z_1}{z_2}$ 对应的点位于()



A. 第一象限 B. 第二象限 **C. 第三象限** D. 第四象限

【解析】由复数的几何意义知， $z_1 = 2 + i$ ， $z_2 = -1 + i$ ，则

$$\frac{2+i}{-1+i} = \frac{(2+i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i,$$

在复平面内对应的点的坐标为 $(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ ，位于第三象限.



考点三 复数的几何意义

(2) 已知复数 z 满足 $|z - 2| = 1$, 则 $|z - i|$ 的最小值为()

☒ A. $\sqrt{5} - 1$

☐ B. $\sqrt{5} + 1$

☐ C. 3

【解析】 设 $z = x + yi (x, y \in \mathbf{R})$,

因为 $|z - 2| = |x - 2 + yi| = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2} = 1$,

所以 $(x - 2)^2 + y^2 = 1$,

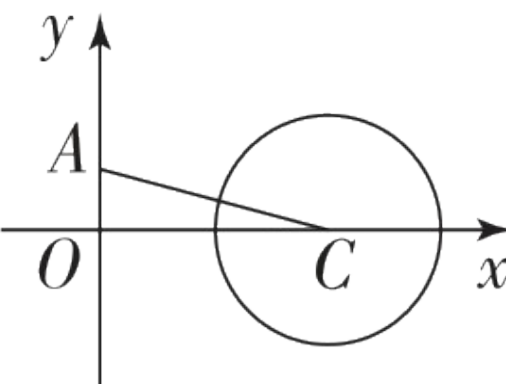
即在复平面内对应点的轨迹为圆

即 z 在复平面内对应点的轨迹为圆 $C: (x - 2)^2 + y^2 = 1$, 如图所示,

$$|z - i| = |x + (y - 1)i| = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2},$$

所以 $|z - i|$ 表示圆 C 上的动点到定点 $A(0, 1)$ 的距离,

所以 $|z - i|_{\min} = |CA| - 1 = \sqrt{5} - 1$.



数形结合



考点三 复数的几何意义

[感悟进阶]

复数的几何意义及应用

1) 复数 z 复数平面上的点 Z 及向量 $\overrightarrow{OZ}$ 一一对应, 即

$$z = a + bi (a, b \in \mathbf{R}) \Leftrightarrow Z(a, b) \Leftrightarrow \overrightarrow{OZ}.$$

(2) 由于复数、点、向量之间建立了一一对应的关系, 因此复数、向量与解析几何联系在一起, 解题时可运用数形结合的方法, 使问题的解决更加直观.

考点三 复数的几何意义



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

【限时训练】

【广州综合测试】已知复数 z 满足 $|z - 3 + 4i| = 1$, 则 z 在复平面内对应的点位于()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

☒ D. 第四象限

【解析】选D. 由复数的几何意义, 可得复数 z 在复平面内对应的点的轨迹是以 $(3, -4)$ 为圆心、1为半径的圆, 该圆的方程为 $(a - 3)^2 + (b + 4)^2 = 1$, 所以 z 在复平面内对应的点位于第四象限.



课堂小结



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

一、基本知识

1. 复数的有关概念
2. 复数的几何意义
3. 复数的运算

二、考试题型

1. 复数的有关概念
2. 复数的运算
3. 复数的几何意义

《配套作业》



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

谢谢

