

第四章第 7 节 万有引力定律及应用

一、单项选择题

- 1.(易)“天都一号”导航技术试验卫星测距试验的成功,标志着我国在深空轨道精密测量领域取得了技术新突破。“天都一号”在环月椭圆轨道上运行时()
- A.受月球的引力大小保持不变
- B.相对月球的速度大小保持不变
- C.离月球越近,其相对月球的速度越大
- D.离月球越近,其所受月球的引力越小

- 2.(中)国际编号为 192391 的小行星绕太阳公转的周期约为 5.8 年,该小行星与太阳系内八大行星几乎在同一平面内做圆周运动。规定地球绕太阳公转的轨道半径为 1 AU,八大行星绕太阳的公转轨道半径如表所示。忽略其他行星对该小行星的引力作用,则该小行星的公转轨道应介于()

行星	水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
轨道半径 R/AU	0.39	0.72	1.0	1.5	5.2	9.5	19	30

- A.金星与地球的公转轨道之间
- B.地球与火星的公转轨道之间
- C.火星与木星的公转轨道之间
- D.天王星与海王星的公转轨道之间
- 3.(中)一颗绕太阳运行的小行星,其轨道近日点和远日点到太阳的距离分别约为地球到太阳距离的 5 倍和 7 倍。关于该小行星,下列说法正确的是()
- A.公转周期约为 6 年
- B.从远日点到近日点所受太阳引力大小逐渐减小
- C.从远日点到近日点线速度大小逐渐减小
- D.在近日点加速度大小约为地球公转加速度的 $\frac{1}{25}$

- 4.(易)火星半径约为地球半径的一半,火星质量约为地球质量的 $\frac{1}{9}$ 。一位宇航员连同宇航

服在火星表面受到的重力大小 $G_{\text{火}}=400\text{ N}$,地球表面的重力加速度大小 $g=10\text{ m/s}^2$,忽略地球和火星的自转,则宇航员连同宇航服的质量为()

- A.70 kg
B.80 kg
C.90 kg
D.100 kg

5.(中)人类社会的快速进步使得碳排放量不断增加,这导致温室效应加剧,地球南北两极的生态环境遭到一定的破坏。一头质量为 m 的北极熊在失去家园后,被运送到了位于赤道上的北极熊馆加以照料,它在北极和馆内的重力差为 ΔF 。已知地球自转周期为 T 。根据以上信息,可求出地球的半径为()

- A. $\frac{T^2 \cdot \Delta F}{4 \pi^2 m}$

B. $\frac{T^2 \cdot \Delta F}{2 \pi^2 m}$

C. $\frac{m T^2 \cdot \Delta F}{4 \pi^2}$

D. $\frac{m T^2}{4 \pi^2 \cdot \Delta F}$

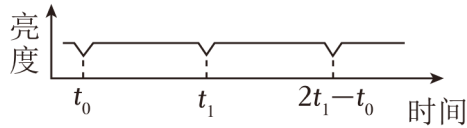
6.(中)已知质量分布均匀的球壳对壳内任一质点的万有引力为零,将地球看成半径为 R 、质量分布均匀的球体,忽略地球的自转,北斗导航系统中的一颗卫星的轨道距离地面的高度为 h ,“蛟龙号”下潜的深度为 d ,则该卫星所在处的重力加速度与“蛟龙号”所在处的重力加速度的大小之比为()

- A. $\frac{R-d}{R+h}$
- B. $\left(\frac{R-d}{R+h}\right)^2$
- C. $\frac{R^3}{(R+h)^2(R-d)}$
- D. $\frac{(R-d)(R+h)}{R^2}$

7.(中)如图 (a) 所示, 太阳系外的一颗行星 P 绕恒星 Q 做匀速圆周运动。由于 P 的遮挡, 探测器探测到 Q 的亮度随时间做如图 (b) 所示的周期性变化, 该周期与 P 的公转周期相同。已知 Q 的质量为 M , 引力常量为 G 。关于 P 的公转, 下列说法正确的是 ()



图(a)



图(b)

A. 周期为 $2t_1 - t_0$

B. 半径为 $\sqrt[3]{\frac{GM(t_1 - t_0)^2}{4\pi^2}}$

C. 角速度的大小为 $\frac{\pi}{t_1 - t_0}$

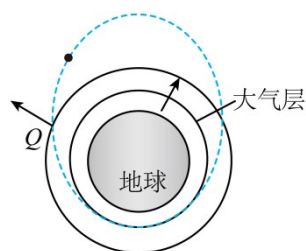
D. 加速度的大小为 $\sqrt[3]{\frac{2\pi GM}{t_1 - t_0}}$

8.(易)2021年4月,我国自主研发的空间站“天和”核心舱成功发射并入轨运行,若核心舱绕地球的运行可视为匀速圆周运动,已知引力常量,由下列物理量能计算出地球质量的是

()

- A. 核心舱的质量和绕地半径
- B. 核心舱的质量和绕地周期
- C. 核心舱的绕地角速度和绕地周期
- D. 核心舱的绕地线速度和绕地半径

9.(难)为清除太空碎片对航天器的潜在威胁,某兴趣小组提出一种设想。如图所示,一质量为 m 的太空碎片绕地球做半径为 r 的匀速圆周运动,在 Q 点受到一个与其速度方向垂直且背离地心向外的瞬时冲量 I 作用、变轨到图中的椭圆轨道,最终进入大气层而烧毁,设地球质量为 M ,引力常量为 G 、则该太空碎片受到冲量作用后瞬间的动能为 ()



A. $\frac{GMm}{r} + \frac{I^2}{2m}$

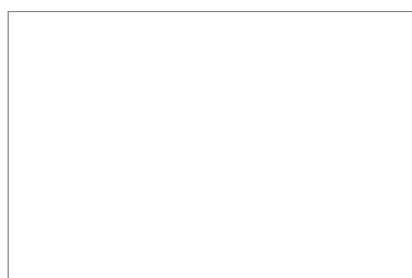
B. $\frac{GMm}{2r} + \frac{I^2}{2m}$

C. $\frac{GMm}{r} + \frac{I^2}{2m} + I\sqrt{\frac{GM}{r}}$

D. $\frac{GMm}{2r} + \frac{I^2}{2m} + I\sqrt{\frac{GM}{r}}$

10.(难)如图(a),将一弹簧振子竖直悬挂,以小球的平衡位置为坐标原点 O , 竖直向上为正方向建立 x 轴。若将小球从弹簧原长处由静止释放,其在地球与某球状天体表面做简谐运动的图像如图(b)所示(不考虑自转影响),设地球、该天体的平均密度分别为 ρ_1

和 ρ_2 , 地球半径是该天体半径的 n 倍。 $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ 的值为()



- A. $2n$ B. $\frac{n}{2}$ C. $\frac{2}{n}$ D. $\frac{1}{2n}$

二、多项选择题

11.(中)2030 年中国计划实现载人登月,到时我国宇航员可以在月球上进行一系列的物理实验。例如:在月球表面附近以初速度 v_0 竖直向上抛出一小球,测得其上升的最大高度为 h ,已知月球半径为 R ,引力常量为 G ,不考虑月球自转影响和其他星体对其影响,忽略一切阻力,下列说法正确的是()

- A. 月球表面重力加速度的大小为 $\frac{v_0^2}{2h}$

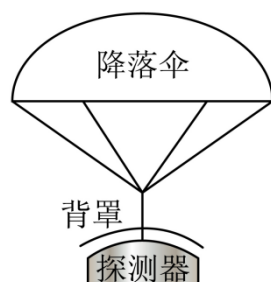
B.月球的质量为 $\frac{v_0^2 R}{2Gh}$

C.在月球上发射卫星的最小发射速度大小为 $\sqrt{\frac{2v_0^2 R}{h}}$

D.若一颗卫星在月球表面附近绕月球做匀速圆周运动的周期为 T ,则月球的密度为

$$\frac{3\pi}{GT^2}$$

12.(难)如图所示,探测器及其保护背罩通过弹性轻绳连接降落伞。在接近某行星表面时以 60m/s 的速度竖直匀速下落。此时启动“背罩分离”,探测器与背罩断开连接,背罩与降落伞保持连接。已知探测器质量为 1000kg ,背罩质量为 50kg ,该行星的质量和半径分别为地球的 $\frac{1}{10}$ 和 $\frac{1}{2}$ 。地球表面重力加速度大小取 $g=10\text{m/s}^2$ 。忽略大气对探测器和背罩的阻力。下列说法正确的有 ()



A.该行星表面的重力加速度大小为 4m/s^2

B.该行星的第一宇宙速度为 7.9km/s

C.“背罩分离”后瞬间,背罩的加速度大小为 80m/s^2

D.“背罩分离”后瞬间,探测器所受重力对其做功的功率为 30kW

参考答案

1.答案 : C

解析：“天都一号”在环月椭圆轨道上运行时与月球的距离不断发生变化,根据 $F=G \frac{Mm}{r^2}$

可知受月球的引力大小发生变化,离月球越近,其所受月球的引力越大,故 A、D 错误;根据开普勒第二定律可知“天都一号”在环月椭圆轨道上运行时相对月球的速度大小改变,近月点速度最大,远月点速度最小,即离月球越近,相对月球的速度越大,故 B 错误,C 正确。

2.答案：C

解析：由开普勒第三定律有 $\frac{R_{\text{行}}^3}{T_{\text{行}}^2} = \frac{R_{\text{地}}^3}{T_{\text{地}}^2}$,解得 $R_{\text{行}} = \sqrt[3]{\frac{T_{\text{行}}^2}{T_{\text{地}}^2}} R_{\text{地}} \approx 3.2 \text{ AU}$,结合

题表可知该小行星的公转轨道应介于火星与木星的公转轨道之间,C 正确。

3.答案：D

解析：

A. 根据题意,设地球与太阳间距离为 R ,则小行星公转轨道的半长轴为 $a = \frac{5R+7R}{2} = 6R$

由开普勒第三定律有 $\frac{(6R)^3}{T_2^2} = \frac{R^3}{T_{\text{地}}^2}$

解得 $T = \sqrt{6^3 T_{\text{地}}^2} = 6\sqrt{6}$ 年

故 A 错误；

B. 从远日点到近日点,小行星与太阳间距离减小,由万有引力定律 $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ 可知,小行星受太阳引力增大,故 B 错误；

C. 由开普勒第二定律可知,从远日点到近日点,小行星线速度逐渐增大,故 C 错误。

D. 由牛顿第二定律有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$

解得 $a = \frac{GM}{r^2}$

可知 $\frac{a_{\text{行}}}{a_{\text{地}}} = \frac{R^2}{(5R)^2} = \frac{1}{25}$

即小行星在近日点的加速度是地球公转加速度的 $\frac{1}{25}$,故 D 正确；

4.答案：C

解析：在地球上有 $mg = G \frac{Mm}{R^2}$ ，在火星上有 $mg_{\text{火}} = G \frac{\frac{1}{9}Mm}{\left(\frac{1}{2}R\right)^2}$ ，可得 $g_{\text{火}} = \frac{4g}{9}$

，则宇航员连同宇航服的质量 $m = \frac{G_{\text{火}}}{g_{\text{火}}} = 90 \text{ kg}$ ，故 C 正确。

5.答案：A

解析：设地球的质量为 $m_{\text{地}}$ ，北极熊在赤道上时，万有引力的一部分提供向心力，即

$\frac{G m_{\text{地}} m}{R^2} - mg = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$ ，北极熊在北极时，有 $\frac{G m_{\text{地}} m}{R^2} = mg'$ ，根据题意，有

$\Delta F = mg' - mg = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$ ，得 $R = \frac{T^2 \cdot \Delta F}{4\pi^2 m}$ ，A 正确，B、C、D 错误。

6.答案：A

解析：设地球的密度为 ρ ，在地球表面，忽略地球自转，物体的重力和地球对物体的万有引力

大小相等，有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$ ，由于地球的质量 $M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ ，联立解得 $g = \frac{4}{3} \pi G \rho R$ ，在深度为 d 的地球内部，“蛟龙号”受到地球的万有引力等于半径为 $(R-d)$ 的球体表面

的重力，“蛟龙号”在所处位置的重力加速度为 $g_1 = \frac{4}{3} \pi G \rho (R-d)$ ，联立可得 $g_1 = \frac{R-d}{R} g$

g ，卫星在高度 h 处受到的重力等于该处受到的万有引力，即 $mg_2 = \frac{GMm}{(R+h)^2}$ ，解得加速度

$g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$ ，所以 $\frac{g_2}{g_1} = \frac{R^3}{(R+h)^2(R-d)}$ ，故 C 正确。

7.答案：B

解析：AC、根据图（b）可知，Q 的亮度变化的周期为：T=t₁ - t₀

则角速度的大小为： $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{t_1 - t_0}$ 故 AC 错误；

B、行星 P 受到的万有引力提供向心力，根据牛顿第二定律可得： $\frac{GMm}{r^2} = m \times \frac{4\pi^2}{T^2} r$

解得： $r = \sqrt[3]{\frac{GM(t_1 - t_0)^2}{4\pi^2}}$ ，故 B 正确；

D、行星 P 受到的万有引力提供向心力，根据牛顿第二定律可得： $\frac{GMm}{r^2} = ma$

解得 $a = \frac{2\pi}{t - t_0} \sqrt[3]{\frac{2\pi}{GM(t - t_0)}}$ 故 D 错误；

8.答案：D

解析：

根据核心舱做圆周运动的向心力由地球的万有引力提供，可得

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

可得

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{\omega^2 r^3}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

可知已知核心舱的质量和绕地半径、已知核心舱的质量和绕地周期以及已知核心舱的角速度和绕地周期，都不能求解地球的质量；若已知核心舱的绕地线速度和绕地半径可求解地球的质量。

故选 D。

9.答案：B

解析：设太空碎片做匀速圆周运动的速度为 v_0 ，根据万有引力提供向心力有

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v_0^2}{r}$$

$$\text{解得 } v_0^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\text{则碎片受到冲量前的初始动能为 } E_{k0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{GMm}{2r}$$

碎片在 Q 点受到瞬时冲量 I 作用，获得一个垂直于原速度方向的分速度，根据动量定理

$$I = m \Delta v$$

$$\text{可得其大小为 } \Delta v = \frac{I}{m}$$

由于冲量方向（背离地心向外，即径向）与原速度方向垂直，根据矢量合成法则（勾股定

$$\text{理），作用后的合速度 } v \text{ 的平方为 } v^2 = v_0^2 + (\Delta v)^2 = \frac{GM}{r} + \left(\frac{I}{m}\right)^2$$

则 该 太 空 碎 片 受 到 冲 量 作 用 后 瞬 间 的 动 能 为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \left[\frac{GM}{r} + \frac{I^2}{m^2} \right] = \frac{GMm}{2r} + \frac{I^2}{2m}$$

故选 B。

10.答案：C

解析：设地球表面的重力加速度为 g ，该球状天体表面的重力加速度为 g' ，弹簧的劲度系数为 k ，小球质量为 m ，根据简谐运动的平衡位置合力为零有 $k \cdot 2A = mg$ ， $k \cdot A = mg'$ ，可

得 $g = \frac{2kA}{m}$ ， $g' = \frac{kA}{m}$ ，可得 $\frac{g}{g'} = 2$ ，设该球状天体的半径为 R ，在地球和天体表

面，分别有 $G \frac{nR\cancel{r}^3 \cdot m}{\cancel{r}^2} = mg$ ， $G \frac{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot m}{R^2} = mg'$ ，联立可得 $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{n}$ ，故

选 C。

11.答案：AD

解析：根据 $v_0^2 = 2gh$ ，可得月球表面重力加速度的大小为 $g = \frac{v_0^2}{2h}$ ，故 A 正确；根据 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$ ，知月球的质量为 $M = \frac{v_0^2 R^2}{2Gh}$ ，故 B 错误；根据 $G \frac{Mm}{R^2} = mg = m \frac{v^2}{R}$ ，

可得在月球上发射卫星的最小发射速度大小为 $v = \sqrt{\frac{v_0^2 R}{2h}}$ ，故 C 错误；若一颗卫星在月球

表面附近绕月球做匀速圆周运动的周期为 T ，则根据 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$ ， $\rho =$

$$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}，可得月球的密度为 $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$ ，故 D 正确。$$

11.答案：AC

解析：A. 在星球表面，根据

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

可得

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

行星的质量和半径分别为地球的 $\frac{1}{10}$ 和 $\frac{1}{2}$ 。地球表面重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，可得该行星表面的重力加速度大小

$$g' = 4\text{m/s}^2$$

故 A 正确；

B．在星球表面上空，根据万有引力提供向心力

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

可得星球的第一宇宙速度

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

行星的质量和半径分别为地球的 $\frac{1}{10}$ 和 $\frac{1}{2}$ ，可得该行星的第一宇宙速度

$$v_{\text{行地}} = \frac{\sqrt{5}}{5} v$$

地球的第一宇宙速度为 7.9km/s ，所以该行星的第一宇宙速度

$$v_{\text{行}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times 7.9\text{km/s}$$

故 B 错误；

C．“背罩分离”前，探测器及其保护背罩和降落伞整体做匀速直线运动，对探测器受力分析，可知探测器与保护背罩之间的作用力

$$F = mg' = 4000\text{N}$$

“背罩分离”后，背罩所受的合力大小为 4000N ，对背罩，根据牛顿第二定律

$$F = m'a$$

解得

$$a = 80\text{m/s}^2$$

故 C 正确；

D．“背罩分离”后瞬间探测器所受重力对其做功的功率

$$P = mg'v = 1000 \times 4 \times 60\text{W} = 240\text{kW}$$

故 D 错误。

故选 AC。