

第7节：万有引力定律及其应用

广州科学城中学 徐广权

目标要求

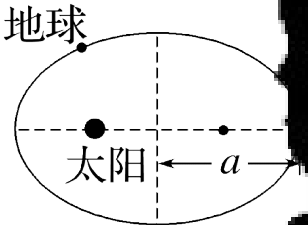
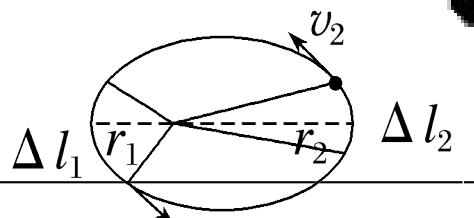


黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

1. 理解开普勒行星运动定律。
2. 理解万有引力定律，并会用来解决相关问题。
3. 掌握计算天体质量和密度的方法。

一、开普勒三大定律

注意：开普勒行星运动定律也适用于其他天体系统，例如月球、卫星绕地球的运动。此时 k 是一个与中心天体有关的常量。该定律只能用在同一中心天体的星体之间

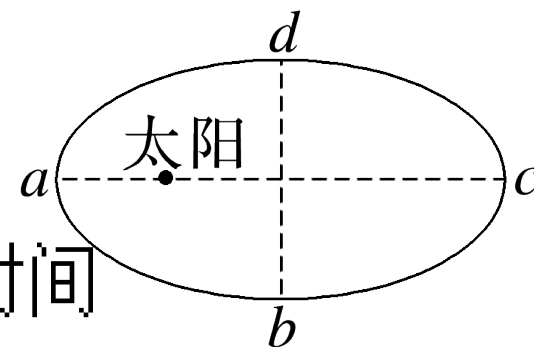
定律		
开普勒第一定律（轨道定律）	所有行星围绕太阳运动的轨道都是_____，太阳处在_____的_____上。	
开普勒第二定律（面积定律）	对任意一个行星来说：它与太阳的连线在相等时间内扫过相等的_____。	
开普勒第三定律（周期定律）	所有行星的轨道半长轴的_____与它公转周期的_____之比都相等。	$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1}$
开普勒第三定律（周期定律）	_____之比都相等。	$k = \frac{4\pi^2}{T^2}$

开普勒三大定律

例 1

某行星沿椭圆轨道绕太阳运行，如图所示，在这颗行星的轨道上有 a 、 b 、 c 、 d 四个点 a 、 c 在长轴上， b 、 d 在短轴上。若该行星运动周期为 T ，则该行星 ()

- A. 从 a 到 b 的运动时间等于从 c 到 d 的运动时间
- B. 从 d 经 a 到 b 的运动时间等于从 b 经 c 到 d 的运动时间



C. a 到 b 的时间 $t_{ab} > \frac{T}{4}$

D. c 到 d 的时间 $t_{cd} > \frac{T}{4}$

例 2

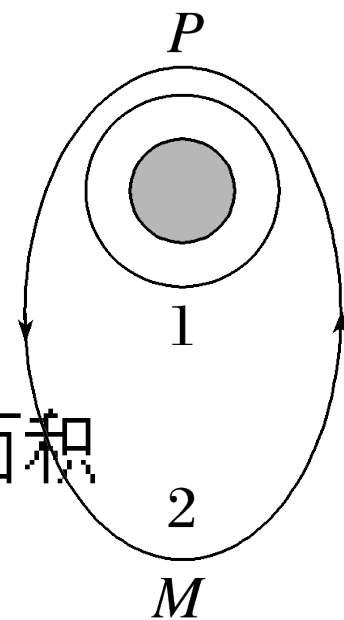
如图所示，1、2 分别是 A、B 两颗卫星绕地球运行的轨道，1 为圆轨道，2 为椭圆轨道，椭圆轨道的长轴（近地点和远地点间的距离）是圆轨道半径的 4 倍。P 点为椭圆轨道的近地点，M 点为椭圆轨道的远地点， T_A 是卫星 A 的周期。则下列说法正确的是（ ）

A. B 卫星在由近地点向远地点运动过程中受到地球引力将先增大后减小

B. 地心与卫星 B 的连线在 $\sqrt{2} T_A$ 时间内扫过的面积为椭圆面积

C. 卫星 B 的周期是卫星 A 的周期的 8 倍

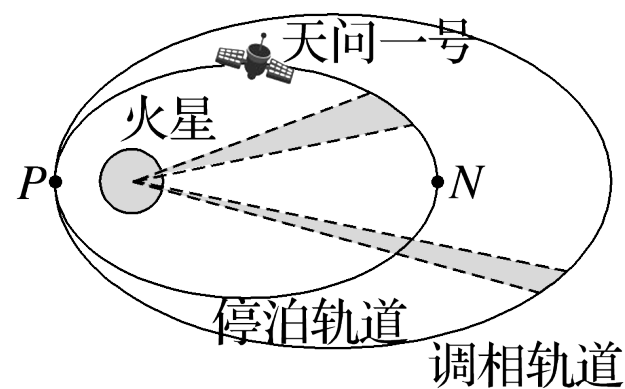
D. 1 轨道圆心与 2 轨道的一个焦点重合



例 3

(2024·广东梅州市二模)2021年2月,天问一号火星探测器被火星捕获,经过系列变轨后从“调相轨道”进入“停泊轨道”,为着陆火星做准备。如图所示,阴影部分为探测器在不同轨道上绕火星运行时与火星的连线每秒扫过的面积,下列说法正确的是 (C)

- A. 图中两阴影部分的面积相等
- B. 从“调相轨道”进入“停泊轨道”探测器周期变大
- C. 从“调相轨道”进入“停泊轨道”探测器机械能变小
- D. 探测器在 P 点速度小于在 N 点的速度





二、万有引力定律

1、万有引力定律

【1】内容：自然界中任何两个物体都相互吸引，引力的方向在它们的连线上，引力的大小与物体的质量 m_1 和 m_2 的乘积成正比，与它们之间距离 r 的二次方成反比。

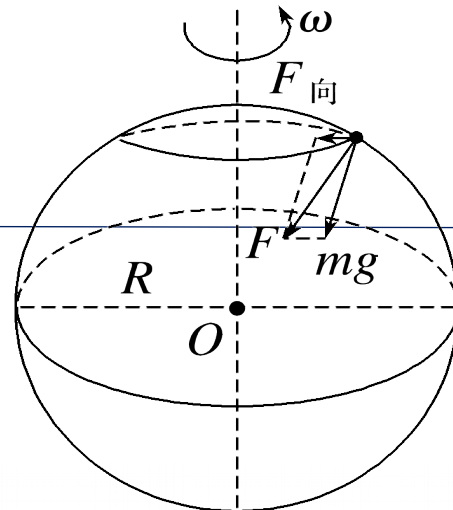
【2】表达式： $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ， G 为引力常量， $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ ，由英国物理学家卡文迪许测定。

【3】适用条件①公式适用于质点间的相互作用，当两个物体之间的距离远大于物体本身的大小时，物体可视为质点。

②质量分布均匀的球体可视为质点， r 是两球心间的距离。

二、万有引力定律

2、地面及上空重力加速度



1. 在赤道上 $= G \frac{Mm}{R^2} = mg_1 + m\omega^2 R.$

2. 在两极上 $= G \frac{Mm}{R^2} = mg_0.$

3. 一般位置 $= G \frac{Mm}{R^2} = mg$ 与 $F_{\text{向}}$ 的矢量和.

4. 地球上空: $= \frac{GMm}{(R+h)^2} = mg' \rightarrow g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \rightarrow \frac{g}{g''} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$

也适用于其他星球

二、万有引力定律

3、地下重力加速度

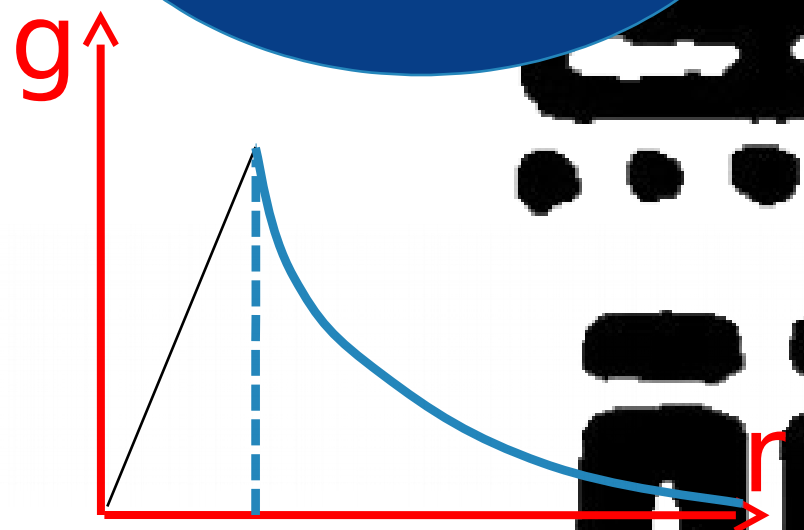
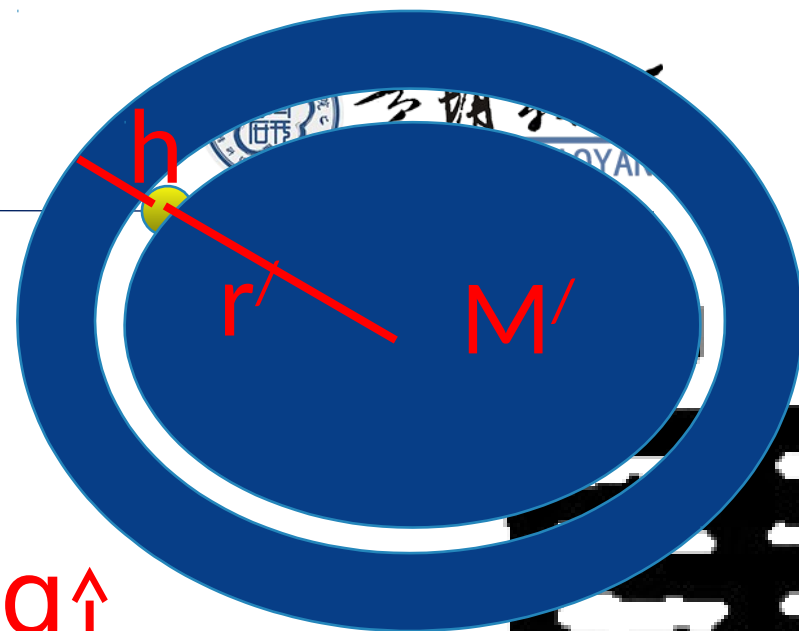
1. 在匀质球壳的空腔内任意位置处，质点受到球壳的万有引力的合力为零。

$$2. F_{\text{万}} = G \frac{M'm}{r^2} = mg'$$

$$\text{表面处} : g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{高 } h \text{ 处} : g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\text{低 } h \text{ 处} : g' = \frac{GM}{(R-h)^2} = \frac{G \rho \frac{4}{3} \pi (R-h)^3}{(R-h)^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho R (R-h)$$



例 4 (2025·广东佛山市模拟) 中国空间站轨道高度为 400~450 千米，地球半径约为 6 370 千米。当航天员出舱在空间站舱外作业时，其所受地球的引力大约是他在地面所受地球引力的 ()

- A.0.9 倍 B.0.25 倍 C.0.1 倍 D.0.01 倍

地球表面时 $F_1 = \frac{GMm}{R^2}$

在空间站时 $F_2 = \frac{GMm}{(R+h)^2}$

代入数据可得 $\frac{F_2}{F_1} \approx 0.9$ ，故选 A。

例 5 某类天体可视为质量分布均匀的球体，由于自转，其表面“赤道”处的重力加速度为 g_1 ，“极点”处的重力加速度为 g_2 ，若已知自转周期为 T ，则该天体的半径为 ()

A. $\frac{4\pi^2}{g_2 T^2}$

B. $\frac{4\pi^2}{g_2 T^2}$

C. $\frac{(g_2 - g_1) T^2}{4\pi^2}$

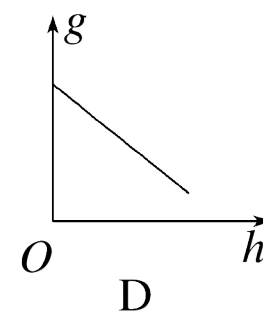
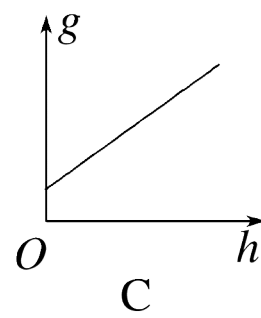
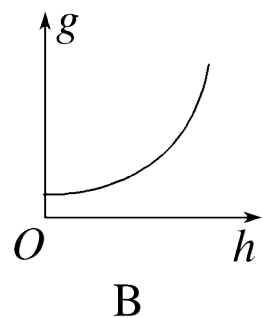
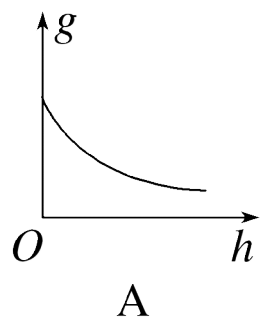
D. $\frac{(g_1 + g_2) T^2}{4\pi^2}$

在“极点”处： $mg_2 = \frac{GMm}{R^2}$
 在“赤道”处： $\frac{GMm}{R^2} - mg_1 = m(\frac{2\pi}{T})^2 R$
 联立解得： $R = \frac{(g_2 - g_1) T^2}{4\pi^2}$

故选 C

例 6

中国科学院沈阳自动化研究所主持研制的“海斗一号”在无缆自主模式下刷新了中国下潜深度纪录，最大下潜深度超过了 10 000 米，首次实现了无缆无人潜水器万米坐底并连续拍摄高清视频影像。若把地球看成质量分布均匀的球体，且球壳对球内任一质点的万有引力为零，忽略地球的自转，则下列关于“海斗一号”下潜所在处的重力加速度大小 g 和下潜深度 h 的关系图像可能正确的是 (**D**)



$$\frac{g'}{g} = \frac{GM'}{(R-h)^2} = \frac{G\rho\frac{4}{3}\pi(R-h)^3}{(R-h)^2} = \frac{4}{3}G\rho\pi(R-h)$$

三、天体质量和密度的计算 (万有引力定律的应用)



黄浦教研
HUANGPU JIAOYAN

1. 利用天体表面重力加速度

已知天体表面的重力加速度 g 和天体半径 R 。

(1) 由 $G = mg$ ，得天体质量 $M = \frac{gR^2}{G}$ 。

(2) 由 $G = mg$ ，得天体质量 $M = \frac{gR^2}{G}$ 。

(2) 天体密度 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi GR}$ 。

黄浦

三、天体质量和密度的计算 (万有引力定律的应用)



黄浦教研
HUANGPU JIAOYAN

2. 利用运行天体

已知卫星绕中心天体做匀速圆周运动的半径 r 和周期 T 。

(1) 由 $G = \frac{Mm}{r^2} = mr \frac{4\pi^2}{T^2}$ 得 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ 。

(2) 若已知天体的半径 R ，则天体的密度 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2 R^3}$ 。

(3) 若卫星绕天体表面运行，可认为轨道半径 r 等于天体半径 R ，则天体

密度 $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$ ，故只要测出卫星环绕天体表面运动的周期 T ，就可估算出中

(3) 若卫星绕天体表面运行，可认为轨道半径 r 等于天体半径 R ，则天体密

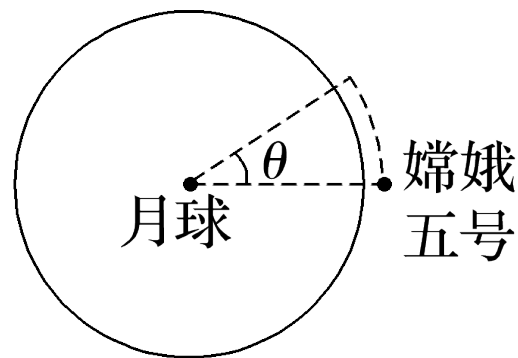
度 $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$ ，故只要测出卫星环绕天体表面运动的周期 T ，就可估算出中

天体的密度。

例 7

(2025·广东肇庆市模拟) 我国发射的“嫦娥五号”月球探测器靠近月球后，在月球表面附近的圆轨道上绕月球运行，通过观测可知每经过时间 t 探测器通过的弧长相同，且弧长对应的圆心角为 θ ，如图所示。若将月球看作质量分布均匀的球体，已知引力常量为 G ，由上述已知条件可以求出 **C**)

- A. 月球的质量
- B. 月球的半径
- C. 月球的密度
- D. 月球表面的重力加速度



例 8

在地球上观察，月球和太阳的角直径（直径对应的张角）近似相等，如图所示。若月球绕地球运动的周期为 T_1 ，地球绕太阳运动的周期为 T_2 ，地球半径是月球半径的 k 倍，则地球与太阳的平均密度之比约为（ ）

D

A . $k^3 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2$

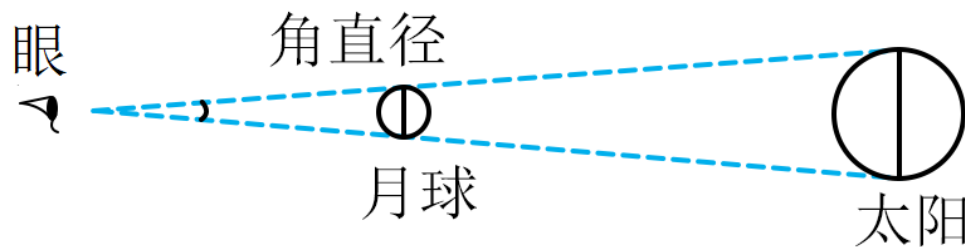
B .

$k^3 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2$

C . $\frac{1}{k^3} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2$

D .

$\frac{1}{k^3} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2$



【解析】 设月球绕地球运动的轨道半径为 r_1 ，地球绕太阳运动的轨道半径为 r_2 ，根据 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$

可得 $G \frac{m_{\text{地}} m_{\text{月}}}{r_1^2} = m_{\text{月}} \frac{4\pi^2}{T_1^2} r_1$ ； $G \frac{m_{\text{地}} m_{\text{日}}}{r_2^2} = m_{\text{地}} \frac{4\pi^2}{T_2^2} r_2$ 其中 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_{\text{月}}}{R_{\text{日}}} = \frac{R_{\text{地}}}{k R_{\text{日}}}$ ； $\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ 联立

可得 $\frac{\rho_{\text{地}}}{\rho_{\text{日}}} = \frac{1}{k^3} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2$ ，故选 D。

1. 理解开普勒三大行星运动定律

2. 应用万有引力定律解决问题的两大主线：

- ① 万有引力与重力的关系
- ② 卫星绕中心天体做匀速圆周运动



黄埔教研
HUANGPUJIAOYAN

谢谢

